

安徽大学 2023—2024 学年第二学期

《高等代数（下）》期中考试试卷 (闭卷 时间 120 分钟)

题型号	一、填空题	二、计算题	三、证明题	总分
得 分				
阅卷人				

一、填空题（每小题 6 分，共 30 分）

得 分

1、

8. 将多项式 $f(x) = 7x^4 + x^3 - 8x^2 + 8x - 9$ 表成

$$ax(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-1)(x-2) + cx(x-1) + dx + e$$

的形式.

_____。

2、已知 3 阶方阵 A 的特征值是 $1, -1, -2$ ，设 $B = A^3 - 2A^2$ ，行列式 $|B| =$ _____。

3、已知复矩阵 A 的特征多项式为 $|\lambda I - A| = \lambda^4 - 2\lambda^3 + \lambda^2$ ，且 A 可以对角化，那么 $\lambda I - A$ 的 Smith 标准形为

_____。

4、线性变换 σ 可以对角化的判别条件有哪些？

答：(1) _____。

(2) _____。

(3) _____。

(4) _____。

(5) _____。

(6) _____。

5、写出整系数多项式不可约的 Eisenstein 判别定理。

答：_____

_____。

三、计算题（共 50 分）

得 分	
-----	--

6（10 分）、

13. 设 $f(x) = x^3 + tx^2 + x + u$ 与 $g(x) = x^3 + (1+t)x^2 + 1$ 的最大公因式是一个二次多项式, 求 t 及 u .

7（15 分）、已知 $P^{2 \times 2}$ 的线性变换 σ 满足 $\sigma(X) = AXB$, 其中

$$\forall X \in P^{2 \times 2}, A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

(1) 求 σ 在基 $E_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, E_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 下的矩阵;

(2) 求 σ 的值域与核的基与维数。

8 (15 分)、

24. 已知 P^3 的线性变换

$$\mathcal{A}(a, b, c) = (-2b - 2c, -2a + 3b - c, -2a - b + 3c)$$

求 P^3 的一组基, 使 $\mathcal{A}$ 在该基下的矩阵为对角矩阵.

9 (10 分)、

已知 $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 6 \\ -1 & 0 & 3 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$, 求 A 的最小多项式.

以及 Jordan 标准形。

四、证明题 (共 20 分)

得分	
----	--

10 (20 分)、 设 A, B 均是 n 级方阵, 证明 AB 与 BA 有相同的特征值.